

2025 年全国硕士研究生招生考试
试题
(数学三)
(科目代码: 303)

一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的,请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

(1) 当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 下列无穷小量中, 与 x 等价的是 ()

- (A) $e^{-\sin x} - 1$ (B) $\sqrt{x+1} - \cos x$
(C) $1 - \cos \sqrt{2x}$ (D) $1 - \frac{\ln(1+x)}{x}$

(2) 已知函数 $f(x) = \int_0^x e^{t^2} \sin t dt$, $g(x) = \int_0^x e^{t^2} dt \cdot \sin^2 x$, 则()

- (A) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 也是 $g(x)$ 的极值点
(B) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0,0)$ 是曲线 $y=g(x)$ 的拐点
(C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0,0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点
(D) $(0,0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点, 也是曲线 $y=g(x)$ 的拐点

(3) 已知 k 为常数, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{1}{n} - \ln\left(1 + \frac{k}{n^2}\right) \right]$ ()

- (A) 绝对收敛 (B) 条件收敛
(C) 发散 (D) 敛散性与 k 的取值相关

(4) 设函数 $f(x)$ 连续, 则 $\int_0^1 dy \int_0^y f(x) dx$ ()

- (A) $\int_0^1 xf(x) dx$ (B) $\int_0^1 (1+x)f(x) dx$
(C) $\int_0^1 (x-1)f(x) dx$ (D) $\int_0^1 (1-x)f(x) dx$

(5) 已知 A 是 $m \times n$ 的矩阵, β 是 m 维非零向量. 若 A 有 k 阶非零子式, 则 ()

- (A) 当 $k=m$ 时 $Ax=\beta$ 有解 (B) 当 $k=m$ 时 $Ax=\beta$ 无解
(C) 当 $k < m$ 时 $Ax=\beta$ 有 (D) 当 $k < m$ 时 $Ax=\beta$ 无解

(6) 设 A 为 3 阶矩阵, 则 “ $A^3 - A^2$ 可对角化” 是 “ A 可对角化” 的 ()

- (A) 充分但不必要条件 (B) 必要但不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(7) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, 若 $f(x, y) = |xA + yB|$ 是正定二次型, 则 a 的取值范围是 ()

- (A) $(0, 2 - \sqrt{3})$ (B) $(2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$
(C) $(2 + \sqrt{3}, 4)$ (D) $(0, 4)$

(8) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(-1, 1)$, Y 服从正态分布 $N(1, 2)$, 若 X 与 $X + 2Y$ 不相关, 则 X 与 $X - Y$ 的相关系数为 ()

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

(9) 设 $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ 是来自总体 $B(1, 0.1)$ 的简单随机样本, 令 $T = \sum_{i=1}^{20} x_i$, 利用泊松分布近似表示二项分布的方法可得 $P\{T \leq 1\} \approx$ ()

- (A) $\frac{1}{e^2}$ (B) $\frac{2}{e^2}$
(C) $\frac{3}{e^2}$ (D) $\frac{4}{e^2}$

(10) 设总体 X 的均匀分布为 $F(x)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本, 样本的经验分布函数为 $F_n(x)$, 对于给定的 x ($0 < F(x) < 1$), $D(F_n(x)) =$ ()

- (A) $F(x)(1 - F(x))$ (B) $(F(x))^2$
(C) $\frac{1}{n}F(x)(1 - F(x))$ (D) $\frac{1}{n}(F(x))^2$

二、填空题: 11~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(11) 设 $g(x)$ 是函数 $f(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{3+x}{3-x}$ 的反函数, 则曲线 $y = g(x)$ 的渐近线方程为_____.

(12) 设 $\int_1^{+\infty} \frac{a}{x(2x+a)} dx = \ln 2$, 则 $a =$ _____.

(13) 微分方程 $xy' - y + x^2e^x = 0$ 满足条件 $y(1) = -e$ 的解为 $y =$ _____.

(14) 已知函数 $z = z(x, y)$ 由 $z + \ln z - \int_y^x xe^{-t^2} dt = 1$ 确定, 则 $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{(1,1)} =$ _____.

(15) 已知 $f(x) = \begin{vmatrix} 2x+1 & 3 & 2x+1 & 1 \\ 2x & -3 & 4x & -2 \\ 2x+1 & 2 & 2x+1 & 1 \\ 2x & -4 & 4x & -2 \end{vmatrix}$, $g(x) = \begin{vmatrix} 2x+1 & 1 & 2x+1 & 3 \\ 5x+1 & -2 & 4x & -3 \\ 0 & 1 & 2x+1 & 2 \\ 2x & -2 & 4x & -4 \end{vmatrix}$, 则方程 $f(x) = g(x)$

的不同的根的个数为_____.

(16) 设 A 、 B 、 C 为三个随机事件, 且 A 与 B 相互独立, B 与 C 相互独立, A 与 C 互不相容, 已知 $P(A) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, 则在事件 A 、 B 、 C 至少有一个发生的事件下, A 、 B 、 C 中恰有一个发生的概率为_____.

三、解答题:17~22 小题, 共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) (本题满分 10 分)

计算 $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2-2x+2)} dx$.

(18) (本题满分 12 分)

设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - e^{2\sin x} + 1}{\ln(1+x) + \ln(1-x)} = -3$, 证明 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导,

并求 $f'(0)$.

(19) (本题满分 12 分)

已知平面有界区域 $D = \{(x, y) | y^2 \leq x, x^2 \leq y\}$, 计算二重积分 $\iint_D (x-y+1)^2 dx dy$.

(20) (本题满分 12 分)

设函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导, 证明导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 内严格单调增加的充分必要条件

是: 对 (a, b) 内任意的 x_1, x_2, x_3 , 当 $x_1 < x_2 < x_3$ 时, $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$.

(21) (本题满分 12 分)

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -2 & -a & -1 \\ 1 & 1 & a & 2 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩为 2.

(1) 求 a 的值.

(2) 求 A 的列向量组的一个极大线性无关组 α, β , 并求矩阵 H , 使得 $A = GH$, 其中

$$G = (\alpha, \beta).$$

(22) (本题满分 12 分)

投保人的损失事件发生时, 保险公司的赔付额 Y 与投保人的损失额 X 的关系为:

$$Y = \begin{cases} 0, & X \leq 100 \\ X - 100, & X > 100 \end{cases}, \text{ 设损失事件发生时, 投保人的损失额 } X \text{ 概率密度为:}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \times 100^2}{(100 + x)^3}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

(I) 求 $P\{Y > 0\}$ 及 EY ;

(II) 这种损失事件在一年内发生的次数记为 N , 保险公司在一年内就这种损失事件产生的理赔次数记为 M 。假设 N 服从参数为 δ 的泊松分布, 在 $N = n (n \geq 1)$ 的条件下, M 服从二项分布 $B(n, p)$, 其中 $p = P\{Y > 0\}$, 求 M 的概率分布.

一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的,请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

(1) 【答案】(C) $1 - \cos \sqrt{2x}$

(2) 【答案】(B) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0, 0)$ 是曲线 $y = g(x)$ 的拐点

(3) 【答案】(B) 条件收敛

(4) 【答案】(D) $\int_0^1 (1-x)f(x)dx$

(5) 【答案】(A) 当 $k = m$ 时 $Ax = \beta$ 有解

(6) 【答案】(B) 必要但不充分条件

(7) 【答案】(B) $(2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$

(8) 【答案】(D) $\frac{3}{4}$

(9) 【答案】(C) $\frac{3}{e^2}$

(10) 【答案】(C) $\frac{1}{n}F(x)(1-F(x))$

二、填空题:11~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(11) 【答案】渐近线方程为 $y = 3$ 和 $y = -3$.

(12) 【答案】 $a = 2$

(13) 【答案】 $y = -xe^x$

(14) 【答案】 $\frac{1}{8e^2}$

(15) 【答案】2

(16) 【答案】 $\frac{2}{3}$

三、解答题:17~22 小题, 共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) 【答案】 $\frac{3}{10} \ln 2 + \frac{\pi}{10}$

(18) 【答案】 $f(0) = 2, f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2}{x} = 5$

(19) 【解析】 $\frac{71}{210}$

(21) 【解析】(1) $a = 1$; (2) $\alpha = (1, -1, 1)^T$, $\beta = (-1, 0, 1)^T$, $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

(22) 【解析】(I) $P\{Y > 0\} = \frac{1}{4}$, $E(Y) = 50$; (II) $P\{M = m\} = \frac{e^{-2} 2^m}{m!}, m = 0, 1, 2, \dots$

在职研究生招生信息网是以报考在职研究生为主题的官方网站, 主要提供在职硕士、在职博士、MBA、EMBA 等类别的在职研究生招生简章、报考条件、报名时间、报名入口等招生信息, 是报考在职研究生综合门户网站。

- [同等学力](#)
- [专业硕士](#)
- [国际硕士](#)
- [中外合办](#)
- [在职博士](#)
- [国际博士](#)
- [高级研修](#)
- [高端培训](#)

扫一扫, 关注在职研究生招生信息网官方微信, 及时获取招生资讯、报考常见问题、备考经验分享等信息! 还有免费的人工在线答疑服务!



微信服务号



微信订阅号

在职研究生招生信息网 全国统一报名咨询电话: **40004-98986**

更多非全日制研究生免费备考资料下载, 历年真题, 考试大纲, 大纲解析, 复习指导等, 应有尽有!

政 治: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-237/>

英 语: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-233/>

数 学: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-236/>

工商管理: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-265/>