

2025 年全国硕士研究生招生考试试题

(数学二)

(科目代码: 302)

一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目

要求的, 请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

1. 设函数 $z = z(x, y)$ 由 $z + \ln z - \int_y^x e^{-t^2} dt = 0$ 确定, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = (\quad)$

A. $\frac{z}{z+1}(e^{-x^2} - e^{-y^2})$

B. $\frac{z}{z+1}(e^{-x^2} + e^{-y^2})$

C. $-\frac{z}{z+1}(e^{-x^2} - e^{-y^2})$

D. $-\frac{z}{z+1}(e^{-x^2} + e^{-y^2})$

2. 已知函数 $f(x) = \int_0^x e^{t^2} \sin t dt$, $g(x) = \int_0^x e^{t^2} dt \cdot \sin^2 x$, 则()

A. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 也是 $g(x)$ 的极值点

B. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0,0)$ 是曲线 $y=g(x)$ 的拐点

C. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0,0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

D. $(0,0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点, 也是曲线 $y=g(x)$ 的拐点

3. 如果对微分方程 $y'' - 2ay' + (a+2)y = 0$ 的任一解 $y(x)$, 反常积分 $\int_0^{+\infty} y(x)dx$ 均收敛, 那么 a 的取值范围是()

A. $(-2, -1]$

B. $(-\infty, -1]$

C. $(-2, 0)$

D. $(-\infty, 0)$

4. 设函数 $f(x)$, $g(x)$ 在 $x=0$ 的某去心邻域内有定义且恒不为零. 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的高阶无穷小, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, ()

A. $f(x) + g(x) = o(g(x))$

B. $f(x)g(x) = o(f^2(x))$

C. $f(x) = o(e^{g(x)} - 1)$

D. $f(x) = o(g^2(x))$

5. 设函数 $f(x, y)$ 连续, 则 $\int_{-2}^2 dx \int_{4-x^2}^4 f(x, y) dy = (\quad)$

A. $\int_0^4 \left[\int_{-2}^{-\sqrt{4-y}} f(x, y) dx + \int_{\sqrt{4-y}}^2 f(x, y) dx \right] dy$

B. $\int_0^4 \left[\int_{-2}^{\sqrt{4-y}} f(x, y) dx + \int_{\sqrt{4-y}}^2 f(x, y) dx \right] dy$

C. $\int_0^4 \left[\int_{-2}^{-\sqrt{4-y}} f(x, y) dx + \int_2^{\sqrt{4-y}} f(x, y) dx \right] dy$

D. $2 \int_0^4 dy \int_{\sqrt{4-y}}^2 f(x, y) dx$

6. 设单位质点 P, Q 分别位于点 $(0, 0)$ 和 $(0, 1)$ 处, P 从点 $(0, 0)$ 出发沿 x 轴正向移动, 记 G 为引力常量, 则当质点 P 移动到点 $(l, 0)$ 时, 克服质点 Q 的引力所做的功为()

A. $\int_0^l \frac{G}{x^2 + 1} dx$

B. $\int_0^l \frac{Gx}{(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} dx$

C. $\int_0^l \frac{G}{(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} dx$

D. $\int_0^l \frac{G(x+1)}{(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} dx$

7. 设函数 $f(x)$ 连续, 给出下列四个条件

① $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)| - f(0)}{x}$ 存在; ② $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - |f(0)|}{x}$ 存在;

③ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)|}{x}$ 存在; ④ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)| - |f(0)|}{x}$ 存在;

其中能得到“ $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导”的条件个数是()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

8. 设矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$ 有一个正特征值和两个负特征值, 则()

A. $a > 4, b > 0$

B. $a < 4, b > 0$

C. $a > 4, b < 0$

D. $a < 4, b < 0$

9. 下列矩阵中, 可以经过若干初等行变换得到矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的是()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

10. 设 3 阶矩阵 A, B 满足 $r(AB) = r(BA) + 1$, 则()

A. 方程组 $(A+B)x=0$ 只有零解

B. 方程组 $Ax=0$ 与方程组 $Bx=0$ 均只有零解

C. 方程组 $Ax=0$ 与方程组 $Bx=0$ 没有公共非零解

D. 方程组 $ABAx=0$ 与方程组 $BABx=0$ 有公共非零解

二、填空题:11~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

11. 设 $\int_1^{+\infty} \frac{a}{x(2x+a)} dx = \ln 2$, 则 $a =$ _____.

12. 曲线 $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 1}$ 的渐近线方程为 _____.

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left[\ln \frac{1}{n} + 2 \ln \frac{2}{n} + \cdots + (n-1) \ln \frac{n-1}{n} \right] =$ _____.

14. 已知函数 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = \ln(1+2t) \\ 2t - \int_1^{y+t^2} e^{-u^2} du = 0 \end{cases}$ 确定, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0} =$ _____.

15. 微分方程 $(2y-3x)dx + (2x-5y)dy = 0$ 满足条件 $y(1)=1$ 的解为 _____.

16. 设矩阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, 若 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 且 $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha_3 + \alpha_4$, 则方程组 $Ax = \alpha_1 + 4\alpha_4$ 的通解为 $x =$ _____.

三、解答题:17~22 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

计算 $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2-2x+2)} dx$.

18. (本题满分 12 分)

设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - e^{2\sin x} + 1}{\ln(1+x) + \ln(1-x)} = -3$, 证明 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 并求 $f'(0)$.

19. (本题满分 12 分)

设函数 $f(x, y)$ 可微且满足 $df(x, y) = -2xe^{-y}dx + e^{-y}(x^2 - y - 1)dy$, $f(0, 0) = 2$, 求 $f(x, y)$, 并求 $f(x, y)$ 的极值.

20. (本题满分 12 分)

已知平面有界区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4x, x^2 + y^2 \leq 4y\}$, 计算 $\iint_D (x-y)^2 dx dy$.

21. (本题满分 12 分)

设函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导, 证明导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 内严格单调增加的充分必要条件是:

对 (a, b) 内任意的 x_1, x_2, x_3 , 当 $x_1 < x_2 < x_3$ 时, $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$.

22. (本题满分 12 分)

已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & a \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 合同.

(1) 求 a 的值及 k 的取值范围;

(2) 若存在正交矩阵 Q , 使得 $Q^T A Q = B$, 求 k 及 Q .



一、选择题:1~10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分, 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目

要求的, 请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

1. 【答案】 A. $\frac{z}{z+1}(e^{-x^2} - e^{-y^2})$

2. 【答案】 B. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0,0)$ 是曲线 $y=g(x)$ 的拐点

3. 【答案】 C. $(-2,0)$

4. 【答案】 C. $f(x) = o(e^{g(x)} - 1)$

5. 【答案】 A. $\int_0^4 \left[\int_{-2}^{-\sqrt{4-y}} f(x,y) dx + \int_{\sqrt{4-y}}^2 f(x,y) dx \right] dy$

6. 【答案】 B. $\int_0^l \frac{Gx}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}} dx$

7. 【答案】 D. 4

8. 【答案】 D. $a < 4, b < 0$

9. 【答案】 B. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

10. 【答案】 D. 方程组 $ABAx=0$ 与方程组 $BABx=0$ 有公共非零解

二、填空题:11~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

11. 【答案】 $a=2$

12. 【答案】 $y=x-1$

13. 【答案】 $-\frac{1}{4}$

14. 【答案】 e

15. 【答案】 $2xy - \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}y^2 + 2 = 0$

16. 【答案】 $k(1,1,-1,-1)^T + (1,0,0,4)^T$, 其中 k 为任意常数.



三、解答题:17~22 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 【答案】 $\frac{3}{10} \ln 2 + \frac{\pi}{10}$

18. 【答案】 $f'(0) = 5$

19. 【答案】 $f(x, y) = -x^2 e^{-y} + (y+2)e^{-y}$, 极大值为 $f(0, -1) = e$

20. 【答案】 $12\pi - \frac{112}{3}$

21. 【答案】 略

22. 【答案】 (1) $a = 4, k > 0$ (2) $k = 3, Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$.



在职研究生招生信息网是以报考在职研究生为主题的官方网站, 主要提供在职硕士、在职博士、MBA、EMBA 等类别的在职研究生招生简章、报考条件、报名时间、报名入口等招生信息, 是报考在职研究生综合门户网站。

- [同等学力](#)
- [专业硕士](#)
- [国际硕士](#)
- [中外合办](#)
- [在职博士](#)
- [国际博士](#)
- [高级研修](#)
- [高端培训](#)

扫一扫, 关注在职研究生招生信息网官方微信, 及时获取招生资讯、报考常见问题、备考经验分享等信息! 还有免费的人工在线答疑服务!



微信服务号



微信订阅号

在职研究生招生信息网 全国统一报名咨询电话: **40004-98986**

更多非全日制研究生免费备考资料下载, 历年真题, 考试大纲, 大纲解析, 复习指导等, 应有尽有!

政 治: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-237/>

英 语: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-233/>

数 学: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-236/>

工商管理: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-265/>