

2025 年全国硕士研究生招生考试
试题
(数学一)
(科目代码: 301)



一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的,请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

(1) 已知函数 $f(x) = \int_0^x e^{t^2} \sin t dt$, $g(x) = \int_0^x e^{t^2} dt \cdot \sin^2 x$, 则

- (A) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 也是 $g(x)$ 的极值点
- (B) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0,0)$ 是曲线 $y=g(x)$ 的拐点
- (C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0,0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点
- (D) $(0,0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点, 也是曲线 $y=g(x)$ 的拐点

(2) 已知级数: ① $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n^3 \pi}{n^2 + 1}$; ② $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}} - \tan \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}} \right)$, 则

- (A) ① 与 ② 均条件收敛
- (B) ① 条件收敛, ② 绝对收敛
- (C) ① 绝对收敛, ② 条件收敛
- (D) ① 与 ② 均绝对收敛

(3) 设数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上可导, 则

- (A) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在时, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ 存在
- (B) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ 存在时, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在
- (C) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$ 存在时, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在
- (D) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在时, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$ 存在

(4) 设函数 $f(x,y)$ 连续, 则 $\int_{-2}^2 dx \int_{4-x^2}^4 f(x,y) dy =$

- (A) $\int_0^4 \left[\int_{-2}^{-\sqrt{4-y}} f(x,y) dx + \int_{\sqrt{4-y}}^2 f(x,y) dx \right] dy$
- (B) $\int_0^4 \left[\int_{-2}^{\sqrt{4-y}} f(x,y) dx + \int_{\sqrt{4-y}}^2 f(x,y) dx \right] dy$



(C) $\int_0^4 [\int_{-2}^{-\sqrt{4-y}} f(x, y) dx + \int_2^{\sqrt{4-y}} f(x, y) dx] dy$

(D) $2 \int_0^4 dy [\int_{\sqrt{4-y}}^2 f(x, y) dx]$

(5) 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$ 的正惯性指数为

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(6) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 是 n 维向量, α_1, α_2 线性无关, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关, 且 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 = 0$, 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 关于 x, y, z 的方程组 $x\alpha_1 + y\alpha_2 + z\alpha_3 = \alpha_4$ 的几何图形是

(A) 过原点的一个平面

(B) 过原点的一条直线

(C) 不过原点的一个平面

(D) 不过原点的一条直线

(7) 设 n 阶矩阵 A, B, C 满足 $r(A) + r(B) + r(B) = r(ABC) + 2n$, 给出下列四个结论: ① $r(ABC) + n = r(AB) + r(C)$; ② $r(AB) + n = r(A) + r(B)$; ③ $r(A) = r(B) = r(C) = n$; ④ $r(AB) = r(BC) = n$, 其中正确的选项是

(A) ①②

(B) ①③

(C) ②④

(D) ③④

(8) 设二维随机变量 (X, Y) 服从正态分布 $N(0, 0; 1, 1; P)$, 其中 $P \in (-1, 1)$, 若 a, b 为满足 $a^2 + b^2 = 1$ 的任意实数, 则 $D(aX + bY)$ 的最大值为

(A) 1

(B) 2

(C) $1 + |P|$

(D) $1 + P^2$

(9) 设 $X_1, X_2, \dots, X_{20}$ 是来自总体 $B(1, 0.1)$ 的简单随机样本, 令 $T = \sum_{i=1}^{20} X_i$, 利用泊松分布近似表示二项分布的方法可得 $P\{T \leq 1\} \approx$

(A) $\frac{1}{e^2}$

(B) $\frac{2}{e^2}$



(C) $\frac{3}{e^2}$

(D) $\frac{4}{e^2}$

(10) 设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自正态总体 $N(\mu, 2)$ 的简单随机样本, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, Z_α 表示标准正态分布的上侧 α 分位数, 假设检验问题: $H_0: \mu \leq 1, H_1: \mu > 1$ 的显著性水平为 α 的检验的拒绝域为

(A) $\left\{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid \bar{X} > 1 + \frac{2}{n} Z_\alpha \right\}$

(B) $\left\{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid \bar{X} > 1 + \frac{\sqrt{2}}{n} Z_\alpha \right\}$

(C) $\left\{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid \bar{X} > 1 + \frac{2}{\sqrt{n}} Z_\alpha \right\}$

(D) $\left\{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid \bar{X} > 1 + \sqrt{\frac{2}{n}} Z_\alpha \right\}$

二、填空题:11~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(11) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^x - 1}{\ln x \cdot \ln(1-x)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(12) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ x^2, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$ 的傅里叶级数为 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x$, $S(x)$ 为

$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x$ 的和函数, 则 $S\left(-\frac{7}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

(13) 已知函数 $U(x, y, z) = xy^2z^3$, 向量 $n = (2, 2, -1)$, 则 $\left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{(1,1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(14) 已知有向曲线 L 是沿抛物线 $y = 1 - x^2$ 从点 $(1, 0)$ 到 $(-1, 0)$ 的段, 则曲线积分

$\int_L (y + \cos x) dx + (2x + \cos y) dy = \underline{\hspace{2cm}}.$



(15) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ a & 3 & -4 \\ b & 5 & -7 \end{pmatrix}$, 若方程组 $A^2X = 0$ 与 $AX = 0$ 不同解, 则

$a - b =$ _____.

(16) 设 A, B 为两个不同随机事件, 且相互独立, 已知 $P(A) = 2P(B), P(A \cup B) = \frac{5}{8}$, 则 A, B 中至少有一个发生的条件下, A, B 中恰好有一个发生的概率为_____.

三、解答题:17~22 小题, 共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) (本题满分 10 分)

计算 $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2-2x+2)} dx$.

(18) (本题满分 12 分)

已知函数 $f(u)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内具有二阶导数, 记 $g(x, y) = f\left(\frac{x}{y}\right)$, 若 $g(x, y)$ 满足

$$x^2 \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + xy \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 1, \text{ 且 } g(x, x) = 1, \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{(x, x)} = \frac{2}{x}, \text{ 求 } f(u).$$

(19) (本题满分 12 分)

设函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导, 证明: 导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 内严格单调增加的充分必要条件是: 对 (a, b) 内任意的 x_1, x_2, x_3 , 当 $x_1 < x_2 < x_3$ 时,



$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < \frac{f(x_3) - f(x_2)}{x_3 - x_2}$$

(20) (本题满分 12 分)

设 Σ 是由直线 $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ 绕直线 $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$ (t 为参数) 旋转一周得到的曲面, Σ_1 是

Σ 介于平面

$x+y+z=0$ 与 $x+y+z=1$ 之间部分的外侧, 计算曲面积分

$$\iint_{\Sigma_1} xdydz + (y+1)dzdx + (z+2)dxdy$$

(21) (本题满分 12 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$, 已知 1 是 A 的特征多项式的重根

(1) 求 a 的值

(2) 求所有满足 $A\alpha = \alpha + \beta$, $A^2\alpha = \alpha + 2\beta$ 的非零列向量 α , β

(22) (本题满分 12 分)

投保人的损失事件发生时, 保险公司的赔付额 Y 与投保人的损失额 X 的关系为

$$Y = \begin{cases} 0, & X \leq 100 \\ X - 100, & X > 100 \end{cases}, \text{ 设损失事件发生时, 投保人的损失额 } X \text{ 的概率密度}$$

为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 \times 100^2}{(100+x)^3}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$



(1)求 $P\{Y>0\}$ 及 $E(Y)$

(2)这种损失事件在一年内发生的次数记为 N , 保险公司在一年内就这种损失事件产生的理赔次数记为 M , 假设 N 服从参数为 8 的泊松分布, 在 $N=n(n \geq 1)$ 的条件下, M 服从二项分布 $B(n, P)$, 其中 $P = P\{Y > 0\}$, 求 M 的概率分布.



一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分,下列每题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的,请将所选选项前的字母填在答题卡指定位置.

(1) B $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, $(0,0)$ 是曲线 $y=g(x)$ 的拐点

(2) B ①条件收敛,②绝对收敛

(3) D 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在时, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$ 存在

(4) A $\int_0^4 [\int_{-2}^{-\sqrt{4-y}} f(x,y) dx + \int_{\sqrt{4-y}}^2 f(x,y) dx] dy$

(5) B 1

(6) D 不过原点的一条直线

(7) A ①②

(8) C $1+|P|$

(9) C $\frac{3}{e^2}$

(10) D $\left\{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid \bar{X} > 1 + \sqrt{\frac{2}{n}} Z_\alpha \right\}$

二、填空题:11~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(11) -1

(12) $\frac{1}{8}$

(13) 1

(14) $\frac{4}{3} - 2 \sin 1$

(15) -4

(16) $\frac{4}{5}$

三、解答题:17~22 小题, 共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) $\frac{3}{10} \ln 2 + \frac{\pi}{10}$

(18) $f(u) = \frac{1}{2} (\ln u)^2 + 2 \ln u + 1$

(19) 证明题

$$(20) \quad \frac{2\sqrt{3}\pi}{9} - \frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$$

$$(21) \quad (1) \quad a = 3.$$

$$(2) \quad \alpha = (k_1, k_2, k_3)^T, \text{ 其中 } k_1, k_2, k_3 \text{ 不全为 } 0,$$

$$\beta = (k, k, k)^T, \text{ 其中 } k \neq 0.$$

$$(22) \quad (1) \quad P\{Y > 0\} = P\{Y > 0, X \leq 100\} + P\{Y > 0, X > 100\} = \int_{100}^{+\infty} \frac{2 \times 100^2}{(x+100)^3} dx = \frac{1}{4}$$

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx = \int_{100}^{+\infty} (x-100) \frac{2 \times 100^2}{(x+100)^3} dx = 50;$$

$$(2) \text{ 由题知, } N \sim P(8), P\{M = m | N = n\} = C_n^m p^m (1-p)^{n-m},$$

$$\text{由概率乘法公式, } P\{M = m, N = n\} = P\{N = n\}P\{M = m | N = n\} = \frac{8^n e^{-8}}{n!} C_n^m p^m (1-p)^{n-m} \quad (m = 0, 1, 2, \dots, n, \\ n = 0, 1, 2, \dots, m \leq n)$$

$$\text{所以 } M \text{ 的概率分布为 } P\{M = m\} = \sum_{n=m}^{\infty} P\{M = m, N = n\} = \sum_{n=m}^{\infty} \frac{8^n e^{-8}}{n!} C_n^m p^m (1-p)^{n-m} \\ = \frac{e^{-8} 8^m p^m}{m!} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{8^{n-m}}{(n-m)!} (1-p)^{n-m} = \frac{e^{-8} 2^m}{m!} \sum_{n=m}^{\infty} \frac{6^{n-m}}{(n-m)!} = \frac{e^{-2} 2^m}{m!} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

在职研究生招生信息网是以报考在职研究生为主题的官方网站, 主要提供在职硕士、在职博士、MBA、EMBA 等类别的在职研究生招生简章、报考条件、报名时间、报名入口等招生信息, 是报考在职研究生综合门户网站。

- [同等学力](#)
- [专业硕士](#)
- [国际硕士](#)
- [中外合办](#)
- [在职博士](#)
- [国际博士](#)
- [高级研修](#)
- [高端培训](#)

扫一扫, 关注在职研究生招生信息网官方微信, 及时获取招生资讯、报考常见问题、备考经验分享等信息! 还有免费的人工在线答疑服务!



微信服务号



微信订阅号

在职研究生招生信息网 全国统一报名咨询电话: **40004-98986**

更多非全日制研究生免费备考资料下载, 历年真题, 考试大纲, 大纲解析, 复习指导等, 应有尽有!

政 治: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-237/>

英 语: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-233/>

数 学: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-236/>

工商管理: <https://www.eduego.com/fqrz/zhenti/0-265/>