湖南师范大学硕士研究生入学考试自命题科目考试大纲

考试科目代码：750 考试科目名称：数学基础综合

一、考试内容及要点

**（一）数学分析部分**

**1、函数、极限、连续**

**考试内容**

函数的概念及表示法　函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性　复合函数、反函数、分段函数和隐函数　基本初等函数的性质及其图形　初等函数　函数关系的建立

数列极限与函数极限的定义及其性质　函数的左极限和右极限　无穷小量和无穷大量的概念及其关系　无穷小量的性质及无穷小量的比较　极限的四则运算　极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则　两个重要极限

函数连续的概念　函数间断点的类型　初等函数的连续性　闭区间上连续函数的性质

**考试要点**

（1）理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系.

（2）了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性．

（3）理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念．

（4）掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念.

（5）理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系．

（6）掌握极限的性质及四则运算法则.

（7）掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法．

（8）理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的比较方法，会用等价无穷小量求极限．

（9）理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型．

（10）了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质．

**2、一元函数微分学**

**考试内容**

导数和微分的概念　导数的几何意义　函数的可导性与连续性之间的关系　平面曲线的切线和法线　导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数　复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法　高阶导数 一阶微分形式的不变性　微分中值定理　洛必达（L’Hospital）法则　函数单调性的判别 函数的极值　函数图形的凹凸性、拐点及渐近线　函数图形的描绘　函数的最大值与最小值

**考试要点**

（1）理解导数和微分的概念，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，理解函数的可导性与连续性之间的关系．

（2）掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式．了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，会求函数的微分．

（3）了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数．

（4）会求分段函数的导数，会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数.

（5）理解并会用罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理和泰勒(Taylor)定理，了解并会用柯西(Cauchy)中值定理．

（6）掌握用洛必达法则求未定式极限的方法．

（7）理解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及其应用．

（8）会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线，会描绘函数的图形．

**3、一元函数积分学**

**考试内容**

原函数和不定积分的概念　不定积分的基本性质　基本积分公式　定积分的概念和基本性质　定积分中值定理　积分上限的函数及其导数　牛顿-莱布尼茨（Newton-Leibniz）公式　不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法　有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分　反常（广义）积分　定积分的应用

**考试要点**

（1）理解原函数的概念，理解不定积分和定积分的概念．

（2）掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理，掌握换元积分法与分部积分法．

（3）会求有理函数、三角函数有理式和简单无理函数的积分．

（4）理解积分上限的函数，会求它的导数，掌握牛顿-莱布尼茨公式．

（5）了解反常积分的概念，会计算反常积分．

（6）掌握用定积分表达和计算平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积.

**4、多元函数微分学**

**考试内容**

多元函数的概念　二元函数的几何意义　二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上多元连续函数的性质　多元函数的偏导数和全微分　全微分存在的必要条件和充分条件 多元复合函数、隐函数的求导法 二阶偏导数　方向导数和梯度　空间曲线的切线和法平面　曲面的切平面和法线　二元函数的二阶泰勒公式　多元函数的极值和条件极值　多元函数的最大值、最小值及其简单应用

**考试要点**

（1）理解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义.

（2）了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质.

（3）理解多元函数偏导数和全微分的概念，会求全微分，了解全微分存在的必要条件和充分条件，了解全微分形式的不变性.

（4）理解方向导数与梯度的概念，并掌握其计算方法.

（5）掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法.

（6）了解隐函数存在定理，会求多元隐函数的偏导数.

（7）了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念，会求它们的方程.

（8）了解二元函数的二阶泰勒公式.

（9）理解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的应用问题.

**5、多元函数积分学**

**考试内容**

二重积分的概念、性质、计算和应用

**考试要点**

（1）理解二重积分的概念，了解二重积分的性质，了解二重积分的中值定理.

（2）掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）.

**6、无穷级数**

**考试内容**

常数项级数的收敛与发散的概念　收敛级数的和的概念　级数的基本性质与收敛的必要条件　几何级数与p级数及其收敛性　正项级数收敛性的判别法　交错级数与莱布尼茨定理　任意项级数的绝对收敛与条件收敛　幂级数及其收敛半径、收敛区间（指开区间）和收敛域　幂级数的和函数　幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法　初等函数的幂级数展开式

**考试要点**

（1）理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本性质及收敛的必要条件.

（2）掌握几何级数与级数的收敛与发散的条件.

（3）掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法，会用根值判别法和柯西（Caucy）积分判别法.

（4）掌握交错级数的莱布尼茨判别法.

（5）了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系.

（6）理解幂级数收敛半径的概念、并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法.

（7）了解幂级数在其收敛区间内的基本性质（和函数的连续性、逐项求导和逐项积分），会求一些幂级数在收敛区间内的和函数，并会由此求出某些数项级数的和.

（8）了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件.

（9）掌握，sinx， ，及的麦克劳林（Maclaurin）展开式，会用它们将一些简单函数间接展开为幂级数.

**（二）高等代数**

 **1、多项式**

**考试内容**

数域，一元多项式，整除的概念，最大公因式，因式分解定理，重因式，多项式函数，复系数与实系数多项式的因式分解，有理系数多项式。

**考试要点**

1. 掌握数域的定义，并会判断一个代数系统是否是数域。
2. 理解数域P上一元多项式的定义，多项式相乘，次数，一元多项式环等概念。掌握多项式的运算及运算律。
3. 理解整除的定义，熟练掌握带余除法及整除的性质。
4. 理解和掌握两个（或若干个）多项式的最大公因式，互素等概念及性质。能用辗转相除法求两个多项式的最大公因式。
5. 掌握不可约多项式的定义及性质。了解因式分解定理。
6. 掌握k重因式的定义。
7. 掌握多项式函数的概念，余数定理，多项式的根及性质。理解代数基本定理。熟练掌握复（实）系数多项式分解定理及标准分解式。
8. 掌握本原多项式的定义及性质。 掌握整系数多项式的有理根的计算。

**2、行列式**

**考试内容**

排列，n级行列式的定义，n级行列式的性质，n级行列式的展开，行列式的计算，克拉默(Cramer)法则，行列式的乘法规则。

 **考试要点**

1. 掌握排列、逆序、逆序数、奇偶排列的定义。掌握排列的奇偶性与对换的关系。
2. 理解n级行列式的定义，并能用定义计算一些特殊行列式。
3. 掌握行列式的基本性质。
4. 理解矩阵、矩阵的行列式、矩阵的初等变换等概念，能利用行列式性质计算一些简单行列式。
5. 理解元素的余子式、代数余子式等概念。熟练掌握行列式按一行（列）展开的公式。掌握计算行列式的基本方法与技巧。
6. 熟练掌握克拉默(Cramer)法则，

 **3、线性方程组**

**考试内容**

消元法，n维向量空间，线性相关性，矩阵的秩，线性方程组有解判别定理，线性方程组解的结构。

**考试要点**

1. 掌握一般线性方程组，方程组的解，增广矩阵，线性方程组的初等变换等概念及性质。掌握阶梯形方程组的特征及作用。会求线性方程组的一般解。
2. 掌握n维向量及两个n维向量相等的定义。熟练掌握向量的运算规律和性质。
3. 理解线性组合、线性相关、线性无关的定义及性质。掌握两个向量组等价的定义及等价性质定理。理解向量组的极大无关组、秩的定义，并会求向量组的一个极大无关组。
4. 掌握矩阵的行秩、列秩，以及矩阵的秩的定义。掌握矩阵的秩与其子式的关系。
5. 掌握线性方程组的有解判别定理，掌握线性方程组的公式解。
6. 理解齐次线性方程组的基础解系。掌握基础解系的求法、线性方程组的结构定理。并对有解的一般线性方程组，会求其全部解。

**4、矩阵**

**考试内容**

矩阵的概念，矩阵的运算，矩阵乘积的行列式与秩，矩阵的逆，矩阵的分块，初等矩阵，分块乘法的初等变换及应用。

**考试要点**

1. 掌握矩阵的的加法、数乘、乘法、转置等运算及其计算规律。
2. 掌握矩阵乘积的行列式定理，矩阵乘积的秩与它的因子的秩的关系。
3. 掌握可逆矩阵、逆矩阵、伴随矩阵等概念，掌握一个*n*阶方阵可逆的充要条件和用公式法求一个矩阵的逆矩阵。
4. 理解分块矩阵的意义，掌握分块矩阵的加法、乘法的运算及性质。
5. 掌握初等矩阵、初等变换等概念及它们之间的关系，掌握一个矩阵的等价标准形和矩阵可逆的充要条件；会用初等变换的方法求一个方阵的逆矩阵。
6. 理解分块乘法的初等变换和广义初等矩阵的关系，会求分块矩阵的逆。

**5、二次型**

**考试内容**

二次型的矩阵表示，标准型，唯一性，正定（半正定）二次型。

**考试要点**

1. 正确理解二次形和非退化线性替换的概念，掌握二次型的矩阵表示及二次型与对称矩阵的一一对应关系，掌握矩阵的合同概念及性质。
2. 理解二次型的标准形，掌握化二次型为标准形的两种基本方法。
3. 理解复数域和实数域上二次型的规范性的唯一性，了解符号差、惯性指数等概念，掌握惯性定理的证明思想。
4. 理解正定、半正定、负定二次型及正定、半正定矩阵等概念，熟练掌握正定二次型（半正定二次型）的若干等价条件。

 **6、线性空间**

**考试内容**

集合、映射，线性空间的定义与简单性质，维数、基与坐标，基变换与坐标变换，线性子空间，子空间的交与和，子空间的直和，线性空间的同构。

**考试要点**

1. 掌握线性空间的定义及性质，会判断一个代数系统是否为线性空间。
2. 理解线性组合、线性表示、线性相关、线性无关等概念，正确理解和掌握*n*维线性空间的概念及性质。
3. 基变换与坐标变换的关系。
4. 掌握基之间的过渡矩阵及其性质。
5. 理解线性子空间的定义及判别定理，掌握线性方程组的解空间的概念和性质，掌握向量组生成子空间的定义及等价条件。
6. 掌握子空间的交与和的定义及性质，掌握维数公式并能熟练运用。
7. 理解子空间的直和的概念，以及判断直和的若干充要条件。

 **7、线性变换**

**考试内容**

线性变换的定义，线性变换的运算，线性变换的矩阵，特征值与特征向量，对角矩阵，线性变换的值域与核，不变子空间，若尔当(Jordan)标准形介绍。

**考试要点**

1. 掌握线性变换的定义及性质。
2. 掌握线性变换的运算及运算规律，理解线性变换的多项式。
3. 掌握线性变换与矩阵的联系，掌握矩阵相似的概念和线性变换在不同基下的矩阵相似等性质。
4. 理解矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的概念和性质，会求一个矩阵的特征值和特征向量，掌握相似矩阵与它们的特征多项式的关系及哈密顿-凯莱定理。
5. 掌握*n*维线性空间中一个线性变换在某一组基下的矩阵为对角矩阵的充要条件。
6. 掌握线性变换的值域、核、秩、零度等概念，掌握线性变换的值域与它对应的矩阵的秩的关系及线性变换的秩和零度间的关系。
7. 掌握不变子空间的定义，会判定一个子空间是否是A-子空间，理解不变子空间与线性变换矩阵化简之间的关系，掌握将空间V按特征值分解成不变子空间和直和表达式。
8. 了解若尔当(Jordan)标准形及其相关性质。

 **8、欧几里德空间**

**考试内容**

定义与基本性质，标准正交基，同构，正交变换，子空间，实对称矩阵的相似标准形，向量到子空间的距离。

**考试要点**

1. 理解欧氏空间的定义及性质，理解内积的本质，掌握向量的长度，两个向量的夹角、单位向量、正交及度量矩阵等概念和基本性质，掌握各种概念之间的联系和区别。
2. 理解正交向量组、标准正交基的概念，掌握施密特正交化过程，并能把一组线性无关的向量化为单位正交的向量。
3. 理解正交变换的概念及几个等价关系，掌握正交变换与向量的长度，标准正交基，正交矩阵间的关系。
4. 理解两个子空间正交的概念，掌握正交与直和的关系，及有限维欧氏空间中的每一个子空间都有唯一的正交补的性质。
5. 理解并掌握任一个实对称矩阵均可正交相似于一个对角阵，并掌握求正交阵的方法。能用正交变换化实二次型为标准型。