# 高等代数

《高等代数》考试是为招收数学各专业学生而设置的具有选拔功能的业务水平考试。它的主要目的是测试考生对高等代数各项内容的掌握程度和应用相关知识解决问题的能力。

**一、考试基本要求**

要求考生比较系统地理解高等代数的基本概念和基本理论，掌握高等代数的基本思想和方法。要求考生具有相应的抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

**二、考试方法和考试时间**

高等代数考试采用闭卷笔试形式，试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

**三、考试主要内容和考试要求**

**（一）多项式**

1. 主要考试内容

数域；一元多项式及其整除的概念；最大公因式；因式分解；多项式函数； 复系数与实系数多项式的因式分解；有理系数多项式。

1. 考试要求
2. 理解数域的概念，判别数集是否是数域。
3. 理解一元多项式的概念，掌握多项式的基本运算及运算前后次数的关系。
4. 理解整除的概念，掌握整除的一些基本性质。
5. 理解最大公因式的概念及基本结论，掌握求最大公因式的计算方法( 辗转相除法)。
6. 理解并掌握不可约多项式的定义及其基本性质、因式分解定理。
7. 理解并掌握多项式函数的概念、余数定理、多项式根(零点)及重根的概念。
8. 理解并掌握代数基本定理、复系数多项式的因式分解及实系数多项式的因式分解定理。
9. 理解有理系数多项式与整系数多项式的关系；理解本原多项式的概念及其基本性质。
10. 掌握整系数多项式有有理根的必要条件及 Eisenstein 判别法。

**（二）行列式**

1. 主要考试内容

排列与逆序；n 阶行列式的定义及基本性质；行列式的展开定理；行列式的基本计算方法；克莱姆法则；Laplace 展开定理

1. 考试要求
2. 理解排列与逆序、对换。
3. 理解 n 阶行列式的定义，熟练运用定义计算一些特殊行列式；熟练掌握行列式的基本性质。
4. 理解行列式的余子式与代数余子式；理解行列式展开的公式；掌握范德蒙行列式的结论，并由此计算一些范德蒙型行列式的值。
5. 掌握行列式的基本计算方法。
6. 掌握克莱姆法则及相关结论。
7. 理解子式及其余子式、代数余子式的概念；掌握行列式乘法规则。

**（三）矩阵**

1. 主要考试内容

矩阵及其基本运算；矩阵的逆；矩阵的初等变换与初等矩阵；矩阵的分块。

1. 考试要求
2. 理解矩阵的概念；了解一些特殊矩阵的结构。
3. 理解逆矩阵的定义及其基本性质、矩阵乘积的行列式的结论；
4. 理解伴随矩阵的定义及性质；掌握逆矩阵存在的充分必要条件及用伴随矩阵表示逆矩阵的公式。
5. 掌握矩阵的初等变换定义；掌握线性方程组的矩阵描述以及高斯消元法与初等变换的关系；掌握用初等变换求逆矩阵的方法。
6. 掌握矩阵的分块表示；理解矩阵分块的目的；掌握分块矩阵的基本运算以及块初等变换在分块矩阵上的应用。

**（四）线性方程组**

1. 主要考试内容

向量的线性相关性；矩阵的秩；线性方程组。

1. 考试要求
2. 理解*n* 维向量的概念。
3. 理解向量组的线性组合、向量（组）的线性表出以及向量组等价等概念；理解向量的线性表出与线性方程组是否有解的等价关系。理解向量组的线性相关性概念、向量组的线性相关性与齐次线性方程组是否有非零解的等价关系。
4. 理解向量组的极大线性无关组与秩的概念，并熟知有关结论；理解矩阵秩的概念及其与子式的关系。
5. 理解秩在初等变换下的不变性；掌握用初等变换法求矩阵的秩以及向量组的秩；熟知矩阵秩的有关结论。
6. 理解线性方程组解的结构与齐次线性方程组的基础解系的概念；掌握用初等变换法求齐次与非齐次线性方程组的通解（包括含参数的方程组）。

**（五）线性空间**

1. 主要考试内容

线性空间的定义；基与维数；线性子空间；线性空间的同构；子空间的和与直和。

1. 考试要求
2. 熟知线性空间的定义及其一些简单性质；熟知一些常见的线性空间。
3. 理解线性空间基与维数的本质含义；熟知一些常见线性空间中的基和它们的维数；理解坐标的概念；理解过渡矩阵的概念，熟知基变换公式与坐标变换的公式。
4. 理解线性子空间的概念以及关于线性运算的封闭性的本质；熟知生成子空间的概念及有关性质；理解子空间的交与和的概念，熟知维数公式；理解子空间直和的概念，熟知子空间构成直和的各充分必要条件。
5. 了解映射、1-1 对应以及逆映射；理解并掌握线性空间同构的概念； 理解并掌握线性空间的同构。

**（六）线性变换**

1. 主要考试内容

线性变换及基本运算；线性变换的矩阵；特征值与特征向量；矩阵的对角化； 不变子空间；最小多项式。

1. 考试要求
2. 理解线性变换的概念，熟知一些线性变换的基本性质；熟知线性变换的线性运算与乘法运算及其运算规律。
3. 理解线性变换的矩阵的概念，理解线性变换与矩阵的 1-1 对应关系， 以及运算间的对应关系。能够熟练写出线性变换在基下的矩阵；理解线性变换在不同基下的矩阵间的相似性关系。
4. 理解线性变换和矩阵的特征值特征向量的概念, 理解线性变换与对应矩阵的特征值特征向量的关系；掌握特征值与特征向量的计算方法；熟知特征值特征向量的基本性质，理解矩阵的相似性在特征值问题上的不变性； 理解Hamilton-Caylay 定理。
5. 熟知矩阵相似于对角矩阵的条件及对应于线性变换的结论；理解特征子空间的概念及特征值的代数重数与几何重数的概念。
6. 理解线性变换（矩阵）值域与核的概念，理解有关性质与结论；理解线性变换（矩阵）不变子空间的概念，了解有关性质与结论。
7. 理解和掌握矩阵的最小多项式的概念及其基本性质。

**（七）内积空间**

1. 主要考试内容

内积空间的概念；标准正交基；标准正交基；同构；正交变换；实对称矩阵的标准形；向量到子空间的距离及最小二乘法。

1. 考试要求
2. 理解向量内积的定义及其基本性质。理解向量长度和距离的概念；熟知一些常见的内积空间。
3. 理解向量正交和（标准）正交基；熟练掌握向量组的标准正交化过程。
4. 理解正交矩阵的概念及其性质、正交变换的概念及其性质。
5. 理解正交补空间的概念；熟知正交补空间的性质；了解正交投影的概念。
6. 了解对称变换的概念；熟知实对称矩阵的特征值特征向量的性质；掌握对称矩阵正交相似于对角矩阵的计算方法。
7. 了解向量到子空间的距离及最小二乘法。

**（八）二次型**

1. 主要考试内容

二次型的概念；二次型的标准形；二次型的规范形；正定性。

1. 考试要求
2. 掌握二次型及其矩阵表示；理解二次型的非退化线性替换与矩阵合同的联系。
3. 理解二次型标准形的概念及其结论；掌握化二次型为标准形的基本方法：配方法，初等变换法，正交变换法。
4. 理解二次型的惯性定理及规范形的唯一性。
5. 理解正（半）定二次型与正（半）定矩阵等概念；掌握正定矩阵的几个充分必要条件及判别方法。

**（九）** ** **-- 矩阵**

1. 主要考试内容

** -矩阵的概念； ** -矩阵的标准形 ；三个因子；Jordan 标准形；矩阵的有理标准形

1. 考试要求
2. 理解** -矩阵的定义以及有关基本性质；理解** -矩阵可逆的条件。
3. 掌握** -矩阵的初等变换（初等矩阵）以及等价的概念；理解** -矩阵的标准形定义，掌握化** -矩阵为标准形的方法。
4. 理解** -矩阵的行列式因子、不变因子的概念以及相互关系；理解行列

式因子、不变因子的不变性性质；理解特征矩阵的概念以及初等因子概念；理解上述三种因子的相互关系，并掌握计算这些因子的方法；理解矩阵相似的条件。

1. 理解矩阵的 Jordan 标准形概念以及相关结论；掌握 Jordan 标准形的求法。
2. 理解矩阵的有理标准形的概念及有关结论。