

2024年全国硕士研究生入学统一考试

数学(一)试题及答案

一、选择题: 1~10小题, 每小题5分, 共50分. 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的

(1) 已知函数  $f(x) = \int_0^x e^{\cos t} dt$ ,  $g(x) = \int_0^{\sin x} e^{t^2} dt$ , 则

- (A)  $f(x)$  为奇函数,  $g(x)$  为偶函数      (B)  $f(x)$  为偶函数,  $g(x)$  为奇函数.  
 (C)  $f(x)$  与  $g(x)$  均为奇函数.          (D)  $f(x)$  与  $g(x)$  均为偶函数.

【答案】(C)

(2) 设  $P=P(x, y, z)$ ,  $Q=Q(x, y, z)$  均为连续函数,  $\Sigma$  为曲面  $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$  ( $x \geq 0, y \geq 0$ ) 的上侧, 则

$$(B) \iint_{\Sigma} \left( -\frac{x}{z} P + \frac{y}{z} Q \right) dx dy$$

(C)

【答案】(A)

(3) 已知幂函数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  的和函数为  $\ln(2+x)$ , 则  $\sum_{n=0}^{\infty} n a_{2n} =$

- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{1}{6}$

【答案】(A)

(4) 设函数  $f(x)$  在区间  $(-1, 1)$  内有定义,

(A) 当  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = m$  时,  $f(0) = m$

(B) 当  $f(0) = m$  时,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = m$ .

(C) 当  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = m$  时,  $f(0) = m$ .

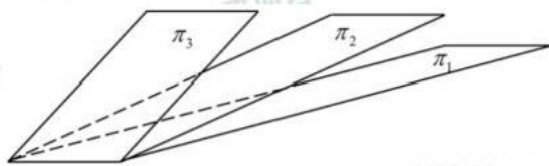
(D) 当  $f(0) = m$  时,  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = m$ .

【答案】(B)

(5) 在空间直角坐标系  $O-xyz$  中, 三张平面  $\pi: ax+by+cz=d$

( $i=1, 2, 3$ ) 位置关系如图所示, 记  $\alpha_i = (a, b, c)$ ,  $\beta_i = (a, b, c, d)$ ,

若  $r$  则



(A)  $m=1, n=2$

(B)  $m=n=2$

(C)  $m=2, n=3$

(D)  $m=n=3$

【答案】(B)

(6) 设向量  $a_1 = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ b \\ a \end{pmatrix}$  若  $a_1, a_2, a_3$  线性相关, 且其中任意

两个向量均线性无关, 则

(A)  $a=1, b \neq -1$

(B)  $a=1, b=-1$

(C)  $a \neq -2, b=2$

(D)  $a=-2, b=2$

【答案】(D)

(7) 设  $A$  是秩为 2 的 3 阶矩阵,  $a$  是满足  $Aa=0$  的非零向量, 若对满

足  $\beta^T a=0$  的任意向量  $\beta$ , 均有  $A\beta=\beta$ , 则

(A)  $A^3$  的迹为 2

(B)  $A^3$  的迹为 5

(C)  $A^5$  的迹为 7.

(D)  $A^5$  的迹为 9.

【答案】(A)

(8) 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立,  $X$  是服从  $N(0, 2)$  的正态分布,  $Y$  是服从  $N(-2, 2)$  的

正态分布, 若  $P\{2X+Y < a\} = P\{X > Y\}$ , 则  $a =$

- (A)  $-2-\sqrt{10}$       (B)  $-2+\sqrt{10}$       (C)  $-2-\sqrt{6}$       (D)  $-2+\sqrt{6}$

【答案】(B)

(9) 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 在  $X=x$  的条件下,  $Y$

在区间  $(x, 1)$  上服从均匀分布, 则  $\text{cov}(X, Y) =$

- (A)  $-\frac{1}{36}$       (B)  $-\frac{1}{72}$   
(C)  $\frac{1}{72}$       (D)  $\frac{1}{36}$

【答案】(D)

(10) 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 且都服从参数为  $\lambda$  的指数分布, 令  $Z = |X - Y|$ , 则下列与  $Z$  服从同一分布的是

- (A)  $X+Y$       (B)  $\frac{X+Y}{2}$       (C)  $2X$       (D)  $X$

【答案】(D)

二、填空题: 11~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(11) 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax^2)^{\sin x} - 1}{x^3} = 6$ , 则  $a =$

【答案】6

(12)  $z = f(u, v)$  有二阶连续导数,  $df|_{x=0} = 3du + 4dv$ ,  $y = f(\cos x, 1+x^2)$ , 则  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0} =$

【答案】5

(13) 若函数  $f(x) = x + 1$ , 若  $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$ ,  $x \in [0, \pi]$ , 则极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \sin a_{2n-1} =$$

【答案】  $-\frac{1}{\pi}$

(14) 微分方程  $y' = \frac{1}{(x+y)^2}$  满足条件  $y(1)=0$  的解为

【答案】  $x = \tan(y + \frac{\pi}{4}) - y$ .

(15) 设实矩阵  $A = \begin{pmatrix} a+1 & a \\ a & a \end{pmatrix}$  若对任意实向量  $\alpha = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$(\alpha^T A \beta)^2 \alpha^T A \alpha \beta^T A \beta$  都成立, 则  $a$  的取值范围

【答案】  $a \leq 0$ .

(16) 随机试验每次成功的概率为  $p$ , 现进行三次独立重复实验, 已知至少成功一次的条件下全部成功的概率  $p =$

【答案】  $\frac{2}{3}$

三、解答题: 17~22小题, 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) (本题满分10分) 已知平面区域  $D = \{(x, y) | \sqrt{1-y^2} \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ , 计算

$$\iint_D \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} d\sigma.$$

【答案】  $\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) - 2$

(18) (本题满分12分) 设  $f(x, y) = x^3 + y^3 - (x+y)^2 + 3$ , 曲面  $z = f(x, y)$  在  $(1, 1, 1)$  处的切平面为  $T$ ,  $T$  与三个坐标面所围有界区域在  $xOy$  面的投影为  $D$

(1) 求  $T$  的方程

(2) 求  $f(x, y)$  在  $D$  上的最大值和最小值

【答案】 切平面  $x+y+z=3$ ; 最大值21, 最小值  $\frac{17}{27}$

(19) 设  $f(x)$  二阶可导,  $f(0) = f'(0)$ ,  $|f''(x)| \leq 1$ , 证:

$$1) |f(x) - f(0)(1-x) - f(1)x| \leq \frac{x(1-x)}{2}.$$

$$2) \left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{f(0)+f(1)}{2} \right| \leq \frac{1}{12}$$

【答案】1) 泰勒公式

2) 把1)代入

(20) (本题满分12分) 已知有向曲线L 为球面 $x^2+y^2+z^2=2x$  与平面 $2x-z-1=0$  的交线从z轴正向往z轴负向看去为逆时针方向, 计算曲线积分

$$\int (6xyz-yz^2)dx+2x^2zdy+xyzdz$$

【答案】  $\frac{4\pi}{5\sqrt{5}}$

(21) (本题满分12分) 已知数列 $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$ ,  $\{z_n\}$  满足 $x_0=1, y_0=0, z_0=2$ , 且

$$\begin{cases} x_n = -2x_{n-1} + 2z_{n-1} \\ y_n = -2y_{n-1} - 2z_{n-1} \\ z_n = -6x_{n-1} - 3y_{n-1} + 3z_{n-1} \end{cases}, \text{记 } a_n = \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} \text{ 写出满足 } a_n = Aa_{n-1} \text{ 的矩阵 } A, \text{ 并求 } A^n \text{ 及}$$

$x_n, y_n, z_n (n=1, 2, \dots)$

$$\text{【答案】 } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ -6 & -3 & 3 \end{pmatrix}, A^n = \begin{pmatrix} -4 + (-1)^{n+1} 2^n & -2 + (-1)^{n+1} 2^n & 2 \\ 4 + (-1)^n 2^{n+1} & 2 + (-1)^n 2^{n+1} & -2 \\ -6 & -3 & 3 \end{pmatrix},$$

$$x_n = 8 + (-2)^n, y_n = -8 + (-2)^n, z_n = 12.$$

(22) (本题满分12分) 设总体 $X \sim U(0, \theta)$ ,  $\theta$  未知,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为简单随机样本,

$$X_w = \max(X_1, X_2, \dots, X_n), T = cX_w$$

(1) 求c 时, 使得T 为 $\theta$ 的无偏估计.

(2) 记 $h(c) = E(T - \theta)^2$ , 求c使得h(c)取最小值.

【答案】 (1)  $c = \frac{n+1}{n}$ ; (2)  $c = \frac{n+2}{n+1}$

在职研究生招生信息网是以报考在职研究生为主题的官方网站，主要提供在职硕士、在职博士、MBA、EMBA等类别的在职研究生招生简章、报考条件、报名时间、报名入口等招生信息，是报考在职研究生综合门户网站。

- 同等学力
- 专业硕士
- 国际硕士
- 中外合办
- 在职博士
- 国际博士
- 高级研修
- 高端培训

扫一扫，关注在职研究生在职信息网官方微信，及时获取招生资讯、报考常见问题、备考经验分享等信息！还有免费的人工在线答疑服务！



微信服务号



微信订阅号

在职研究生招生信息网全国统一报名咨询电话：**40004-98986**

更多专业硕士免费备考资料下载，历年真题，考试大纲，大纲解析，复习指导等，应有尽有！

**临床医学：** <https://www.eduego.com/shiti/8-0-0-143/>

**英语一：** <https://www.eduego.com/shiti/8-0-0-138/>

**数学二：** <https://www.eduego.com/shiti/8-0-0-132/>

**工商管理：** <https://www.eduego.com/shiti/8-0-0-134/>