**初试科目考试大纲**

“数学分析”考试大纲

**一、考试的学科范围**

数学分析课程教学（大纲）基本要求的所有内容。

**二、评价目标**

主要考查考生对数学分析课程的基础理论、基本知识掌握和运用的情况，要求考生应掌握以下有关知识：

1. 掌握函数的表示法，会建立简单应用问题的函数关系式；掌握函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；掌握复合函数及分段函数的概念、反函数的概念及其应用；掌握基本初等函数的性质及其图形，掌握初等函数的概念。

2. 理解并掌握数列（函数）极限的定义；掌握利用定义来描述极限问题并利用定义证明极限的一些基本方法；熟悉极限唯一性，有界性，保号性的叙述和证明并利用它们证明有关极限命题，了解归结原则的内容；熟悉运用定义，四则运算、极限存在的判别方法、两个重要极限及柯西准则，判别极限的存在性；熟悉数列与子数列间的关系；熟练掌握计算数列（函数）极限的基本方法；了解无穷小量与无穷大量，无穷小量阶的比较，熟悉等价无穷小；会求曲线的渐近线。

3. 掌握连续函数的概念及定义，掌握间断点的分类及其判定；掌握连续函数的局部性质；掌握闭区间上连续函数的性质及其应用；掌握初等函数的连续性，掌握一致连续的概念。

4. 熟练掌握求导法则与基本求导公式；熟练掌握求函数的导数，特别是复合函数的导数；熟悉导数的几何意义，会求函数的微分、高阶导数；熟悉函数在一点连续，可导与可微之间的关系；了解微分的几何意义，近似计算。

5. 熟悉导数的两个重要定理；了解几个简单函数的泰勒展式；熟练掌握利用罗比塔法则求不定式的极限；熟悉利用导数研究函数的单调性，极值，最值，凹凸性，拐点；了解函数作图的基本方法。

6. 掌握实数连续性的几个基本定理的内容，了解应用定理证明问题的方法步骤。

7. 熟悉原函数与不定积分的概念；熟练掌握线性运算法则，换元积分法与分部积分法；熟悉有理函数、三角函数有理式及其某些无理根式的不定积分。

8. 熟悉定积分的概念；了解上和与下和的概念，熟悉可积准则，可积的必要条件，可积的充要条件；熟悉可积函数类；掌握可变上限定积分的性质，积分中值定理；熟练掌握线性性质、换元积分法、分部积分法，利用牛莱公式计算定积分。

9. 熟悉定积分的几何应用；了解定积分在物理上的应用；熟悉“微元法”。

10. 会讨论反常积分的敛散性及绝对收敛与条件收敛性；熟悉收敛的反常积分的计算。

11. 熟悉数项级数的收敛、发散、绝对收敛与条件收敛等概念及其收敛级数的基本性质；熟练掌握正项级数敛散性的判别法；掌握交错级数与莱布尼兹判别法；掌握几何级数与P级数的敛散性；熟悉绝对收敛与条件收敛的概念与判定；掌握阿贝耳判别法与狄利克雷判别法。

12. 理解并掌握函数列与函数项级数一致收敛的概念；熟悉函数列一致收敛的充要条件定理；掌握函数项级数一致收敛的维尔斯特拉斯优级数判别法；熟悉函数列与函数项级数和函数的分析性质及其证明，并会应用；熟悉一致收敛柯西准则，阿贝耳判别法与狄利克雷判别法。

13. 会求幂级数的收敛半径、收敛域、和函数；了解泰勒定理的内容，幂级数的性质与运算；熟悉几个初等函数的幂级数展开式并会间接求某些函数的泰勒展开式。

14. 熟悉三角函数的正交性与函数的傅里叶级数的概念；熟悉收敛定理的内容，了解收敛定理的证明；会求某些函数的傅里叶级数展开式。

15. 熟悉多元函数、多元函数的极限、累次极限与连续性等概念，会求二重极限、累次极限，会讨论函数的连续性；了解闭区域套定理，聚点定理，有限覆盖定理以及多元连续函数的性质；了解论证多元函数问题的方法----化一法。

16. 掌握多元函数偏导数、全微分、高阶偏导数、方向导数的概念与计算；熟悉可微、偏导数、连续三者间的关系；理解并掌握两个不同的中值定理间的区别与联系；了解泰勒定理，会求二元函数的极值。

17. 熟悉隐函数（组）概念与隐函数（组）的定理，掌握隐函数（组）求导方法；熟悉平面曲线的切线与法线、空间曲线的切线与法平面方程、曲面的切平面与法线方程的求法；熟悉一元隐函数的极值、多元函数的条件极值的求法。

18. 掌握含参量非正常积分一致收敛的定义、判别法；了解含参量非正常积分的性质；了解欧拉积分。

19. 了解两类曲线积分的概念、性质；了解两类曲线积分的关系；掌握两类曲线积分的计算。

20. 熟悉二重积分与三重积分的概念、性质；掌握二重积分与三重积分的计算、格林公式，曲线积分与路线无关的条件；了解二重积分与三重积分的简单应用。

21. 了解第一型曲面积分的概念，特别是第二型曲面积分的概念；掌握第一型曲面积分的计算，第二型曲面积分的计算；掌握高斯公式与斯托克斯公式；了解两类曲面积分间的关系。

**三、试题主要类型**

1. 答题时间：180分钟

2. 数学分析试题类型：计算题、证明题

**四、考查要点**

（一）数列极限

1. 数列极限的概念；

2. 收敛数列的性质；

3. 数列极限存在的条件。

（二）函数极限

1. 函数极限的概念；

2. 函数极限的性质；

3. 函数极限存在的条件；

4. 两个重要极限；

5. 无穷大量与无穷小量；

6. 多元函数极限。

（三）函数的连续性

1. 一元函数连续性概念；

2. 一元函数间断点及其分类；

3. 一元函数连续函数的性质；

4. 多元函数连续性。

（四）一元函数微分学

1. 导数与微分的概念；

2. 求导法则高阶导数与微分；

3. 微分中值定理及其应用。

（五）多元函数微分学

1. 偏导数与全微分；

2. 复合函数微分法；

3. 方向导数与梯度；

4. 泰勒公式与极值问题；

5. 隐函数定理及其应用。

（六）一元函数积分学

1. 不定积分的概念与基本积分公式；

2. 换元积分法与分部积分法；

3. 有理函数和可化为有理函数的不定积分；

4. 定积分的概念与计算；

5. 可积条件；

6. 定积分性质；

7. 微积分学基本定理；

8. 定积分的应用；

9. 反常积分概念、反常积分收敛性质及判别；

（七）多元函数积分学

1. 含参量正常积分概念及性质；

2. 含参量反常积分概念及性质；

3. 第一型曲线积分概念与计算；

4. 第二型曲线积分的概念与计算；

5. 二重积分概念、性质及计算；

6. 三重积分概念、性质及计算；

7. 第一型曲面积分概念与计算；

8. 第二型曲面积分的概念与计算；

9. 格林公式、高斯公式、斯托克斯公式的运用。

（八）级数

1. 数项级数收敛性；

2. 函数列与函数项级数一致收敛及其性质；

3. 幂级数及函数的幂级数展开；

4. Fourier级数及周期函数的Fourier展开式。

**五、主要参考书目**

1. 华东师范大学数学系编，《数学分析》（第五版），北京：高等教育出版社，2019年.

2. 邓东皋、尹小玲编，《数学分析简明教程》（第二版），北京：高等教育出版社，2006年.

“高等代数与空间解析几何”考试大纲

**一、考试的学科范围**

考试范围包括：高等代数与空间解析几何两部分内容。

**二、评价目标**

主要考查考生对高等代数与空间解析几何的基础理论、基本知识掌握和运用的情况，要求考生应掌握以下有关知识：

1. 掌握一元多项式的定义，运算及运算律；理解并掌握多项式的次数及次数定理；理解并掌握多项式的整除概念和性质，掌握带余除法及其应用；理解最大公因式的存在性，掌握其求法及表示法；掌握多项式的互素概念及性质；掌握不可约多项式的概念、性质及唯一分解定理，了解标准分解式及应用；理解多项式导数的定义，求法及重因式概念，掌握多项式有无重因式的判别法；掌握多项式函数概念及余式定理，理解两个多项式相等与多项式函数相等的区别和关系。

2. 掌握排列、反序、反序数、对换等概念，理解一个对换改变排列的奇偶性；理解行列式的定义，掌握行列式的性质，并会计算行列式；掌握余子式和代数余子式的定义，掌握行列式依行（列）展开定理的证明及应用，进而总结出行列式的计算方法；掌握Vandermonde行列式的计算及应用；理解Cramer规则及应用。

3. 掌握线性方程组的一些基本概念，如：线性方程组及其解集合，方程组的同解，线性方程组的初等变换，一般解、基础解系等，线性方程组的系数矩阵、增广矩阵等；掌握数域P上的n维向量空间、向量线性相关性及矩阵的秩的概念，如：数域P上的n维向量的定义和运算，数域P上的n维向量空间的定义，向量组的线性组合，向量经向量组线性表出，向量组经向量组线性表出，向量组的等价，向量组的线性相关、线性无关，极大线性无关组，向量组的秩，矩阵的k-级子式，矩阵的行秩、列秩和秩等；掌握解线性方程组的Gauss消元法；掌握数域上n维向量空间中向量的线性相关性的基本结果和方法；掌握矩阵的秩和它的行秩、列秩以及它的不为零的子式的级数之间的关系；掌握线性方程组有解判定定理和线性方程组解的结构定理，掌握齐次线性组的基础解系和一般线性方程组的全部解的计算方法。

4. 理解线性方程组的消元解法与系数矩阵的初等变换的关系；熟练运用矩阵的初等变换解线性方程组；理解并掌握矩阵秩的概念，学会用矩阵的初等变换求矩阵秩的方法；掌握线性方程组有解的判定定理及应用；掌握齐次线性方程组有非零解的充分必要条件；掌握基础解系概念，会求齐次线性方程组的基础解系；掌握齐次方程组、非齐次方程组解的结构，会用特解及齐次线性方程组的基础解系表示非齐次线性方程组的解。

5．掌握二次型的一些基本概念，如：数域上的n元二次型，线性替换，非退化的线性替换，二次型的矩阵，二次型的标准形，复和实二次型的规范形，二次型的正惯性指数，负惯性指数，符号差。矩阵的合同，正定二次型等；掌握用配方法化二次型为标准形，用对二次型的矩阵作变换的方法化二次型为标准形，化复和实二次型为规范形，掌握实二次型的惯性定理和实二次型正定的一些条件。

6．理解和掌握线性空间的定义和基本性质，理解掌握基、维数及坐标的定义和基本性质，基变换与坐标变换的关系，理解掌握线性子空间的定义、性质、基、维数，线性子空间的交与和的性质、基和维数，掌握维数公式及其的理论推导，理解和掌握线性子空间的直和的定义及判定，理解线性空间之间的同构关系。

7．理解和掌握线性变换的定义、基本性质和运算，掌握线性变换的矩阵表示、理论推导和线性变换在不同基下的关系，理解掌握矩阵相似的定义，并总结出矩阵的相似不变性质，理解掌握特征值理论，掌握矩阵[线性变换]的特征值、特征向量的性质和求解方法，了解特征多项式的系数的意义，理解掌握哈密尔顿-凯莱定理及其理论推导，掌握矩阵可以对角化的几个充分或必要条件，理解掌握线性变换的值域、核及不变子空间的定义、性质和线性空间的不变子空间直和分解，掌握简化（线性变换的）矩阵的方法，了解复矩阵的若当标准形理论，掌握最小多项式的定义、性质及其对矩阵的影响。

8. 理解掌握λ-矩阵的标准形理论，熟练计算特征矩阵的不变因子和初等因子，理解掌握矩阵相似以及复矩阵可以对角化的充分或必要条件，了解矩阵若当标准形的理论推导，能够计算方阵的若当标准形。

9. 理解掌握欧几里得空间的定义和基本性质，掌握度量矩阵的定义及性质，理解掌握施密特正交化过程，熟练计算标准正交基，理解掌握正交矩阵、正交变换的定义及性质，掌握线性空间的正交分解，理解掌握对称矩阵的标准形理论，熟练计算对称矩阵的标准形，了解最小二乘法及酉空间的相关概念和性质，总结欧几里得空间及酉空间的共性。

10. 理解向量的概念，掌握向量的线性运算及其运算规律，掌握共线向量及共面向量的判定，线段的定比分点，射影及其相关的结论，理解内积定义及其运算规律，内积的应用，向量外积的定义，外积的应用，外积的运算规律，混合积的定义及其几何意义，掌握三个向量共面的充要条件，双重外积的运算。

11. 掌握空间直角坐标系的建立，空间点和向量的坐标表示，向量运算的坐标表示，空间解析几何的两个基本公式，掌握几种不同形式的平面方程（点法式，一般式，截距式，三点式），二平面的位置关系，几种不同形式的直线方程（参数式、标准式、一般式、两点式）两直线的位置关系，直线和平面的位置关系，掌握两条直线共面、异面、相交的充要条件，平面束，点到平面的距离，点到直线的距离，二异面直线间的距离及公垂线方程。

12. 理解曲面与方程的关系，掌握球面方程，空间圆的方程，直圆柱面的方程，直圆锥面的方程，曲线族产生曲面的理论，能够用曲面族产生曲面理论建立曲面方程、柱面方程、锥面方程、旋转曲面方程，掌握空间曲线的参数方程，空间曲面的参数方程，球面坐标，柱面坐标，六种二次曲面及其标准方程（椭球面、虚椭球面、双叶双曲面、单叶双曲面、椭圆抛物面和双叶抛物面），六种二次曲面的形状及其几何性质。

13. 理解直线与二次曲线的相关位置，掌握二次曲线的切线，渐近方向，二次曲线的直径，共扼直径，二次曲线的中心，主方向，主轴，二次曲线的特征方程与特征根，坐标系的变换（平移变换和旋转变换），能够通过坐标变换化简二次曲线，掌握二次曲线的分类，二次曲线的不变量（平移及旋转不变量），能够根据不变量判断曲线类型，三类曲线的规范方程，空间直角坐标变换，正交条件，掌握直线和一般曲面的位置关系，掌握二次曲面的切平面、法线，切锥面，二次曲面的中心，不变量和规范方程。

**三、试题主要类型**

1．答题时间：180分钟。

2．题型：计算题和证明题。

**四、考查要点**

（一）高等代数

1. 多项式的运算，带余除法，辗转相除法，整除，因式分解及唯一性定理，重因式，余数定理，复系数多项式因式分解定理，实系数多项式因式分解定理，有理系数多项式的基本性质，本原多项式及其性质，艾森斯坦因判别法，对称多项式基本定理；

2. 排列的定义和性质，行列式的定义、性质及计算，行列式[矩阵]的初等行[列]变换与行列式的计算，行列式按照一行[列]展开，代数余子式的性质，范德蒙行列式的性质与计算，克兰姆法则，拉普拉斯定理和行列式的乘法规则；

3. 高斯消元法，n维向量空间的定义及性质，矩阵的秩、秩的性质及求法，（齐次）线性方程组有（非零）解的判定，线性方程组解的结构及其求解；

4. 矩阵的加、减、乘积、数量乘积等运算以及矩阵转置，矩阵乘积的行列式和矩阵乘积的秩的性质，伴随矩阵的定义及性质，可逆矩阵的定义、性质、判定及其逆矩阵的求法，初等矩阵的性质及可逆矩阵的分解，分块矩阵的运算、初等变换及其应用，广义逆矩阵的性质及齐次线性方程组解的结构；

5. 二次型的定义及矩阵表示，二次型[对称矩阵]的标准形及化简二次型[对称矩阵]的理论推导，复、实系数二次型的规范形的唯一性及理论推导，（半）正定二次型[矩阵]的定义、性质及判定，矩阵的合同不变性质；

6. 线性空间的定义及基本性质，基、维数及坐标的定义和基本性质，基变换与坐标变换的关系，线性子空间的定义、性质、基、维数，线性子空间的交与和的性质、基和维数，维数公式，线性子空间的直和的定义及判定，线性空间的同构；

7. 线性变换的定义、性质和运算，线性变换的矩阵表示和性质，线性变换[方阵]的特征值理论，线性变换[矩阵]的对角化，线性变换的值域、核及不变子空间的定义、性质和线性空间的直和分解，线性变换[矩阵]的若当标准形、极小多项式介绍；

8. λ-矩阵的标准形理论，行列式因子、不变因子、初等因子的定义、性质及求法，矩阵的特征矩阵的化简，矩阵相似的充分或必要条件，矩阵的若当标准形理论及其导出结果；

9. 欧几里得空间的定义和基本性质，度量矩阵的定义及性质，施密特（Schimidt）正交化过程，正交矩阵、正交变换的定义及性质，线性空间的正交分解，对称矩阵的标准形理论。

（二）空间解析几何

1. 向量及其线性运算，向量的内积，向量的外积，混合积和双重外积；

2. 空间直角坐标系及用坐标进行向量运算，平面方程，空间直线方程，平面与直线的有关问题，距离；

3. 曲面与方程，球面、直圆柱面和直圆锥面，曲线族产生的理论 柱面、锥面及旋转曲面的方程，空间曲线和曲面的参数方程，二次曲面，单叶双曲面和双曲抛物面的直纹线；

4. 二次曲线的切线、中心、直径、渐近线和主轴，二次曲线的化简和二次曲线的分类，二次曲线的不变量、类型判别及规范方程，空间直角坐标变换，一般二次曲面方程的讨论。

**五、参考书目**

1. 北京大学数学系代数小组 主编，《高等代数》（第五版），北京：高等教育出版社，2019年.

2. 吕林根，徐子道 主编，《解析几何》（第五版），北京：高等教育出版社，2019年.